Примерни задачи за всички специалности (без ИКН и МУТ)

* На олимпиадата се решават 3 задачи за 120 минути. Те обхващат материала от темите „Линейна алгебра“, „Аналитична геометрия“ и „Финансова математика“

Задача 1. Дадени са матриците $A = \begin{Vmatrix} x & y \\ p & q \end{Vmatrix}$; $B = \begin{Vmatrix} 2p-1 & q \\ 3x & 1-y \end{Vmatrix}$. Да се намерят стойностите на x, y, p, q — реални числа, за които е изпълнено равенството: $A + 2B = 2A + B$.

Задача 1 (икономика и информатика). Дадени са матриците $A = \begin{Vmatrix} a & 1 \\ 0 & 1-a \end{Vmatrix}$ и $B = \begin{Vmatrix} 2 & a+1 \\ -a & 0 \end{Vmatrix}$, където a е реален параметър. Ако матрицата $C = A.B$, то за кои стойности на a детерминантата $\det(C) \le 0$?

6. Да се реши уравнението $\begin{vmatrix} x+1 & x & -1 \\ 0 & x & -1 \\ x+1 & 1 & x \end{vmatrix} = 0$.

5. Дадени са матриците $A = \begin{Vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{Vmatrix}, B = \begin{Vmatrix} -1 & 10 \\ -3 & 9 \end{Vmatrix}, C = \begin{Vmatrix} 15 & 17 \\ -7 & -8 \end{Vmatrix}$. Да се намери матрица D, за която $A+2.D=C^T.B$.

Задача 2 (икономика и информатика). Дадени са правите $p: kx+(2-l)y-5=0$, $q: (k-1)x+ly+1=0$ и $r: -kx+(l-1)y-k=0$, където k и l са реални параметри. Точка $A(2,-1)$ лежи на правите p и q. Намерете координатите на пресечната точка B на правите p и r.

Задача 2. Да се намери лицето на триъгълник, чиито страни лежат на правите с уравнения: $x+y-3=0$; $x-y+1=0$ и $3x-y-5=0$.

Задача 1. Дадени са уравненията на две страни на ΔABC: $5x-4y+15=0$; $4x+y-9=0$ и пресечната точка на медианите $G(1,1)$. Да се намери уравнението на третата страна на триъгълника.

Задача 5. Един дядо внася по сметка на внучката си по 100 € всеки месец от деня на нейното раждане. Да се намери сумата по сметката (в евро) при навършване на 20 години на внучката (в деня на 20-тия рожден ден не е внесена сума), ако годишната лихва е 0,24% и олихвяването е сложно в края на всеки месец?

Задача 4: Открита е разплащателна сметка с първоначална вноска 3000 лв. при 1,2% проста годишна лихва и такса 2,50 лв. за всеки месец, която се удържа от сметката. След 3 месеца са внесени 300 лв., след още 4 месеца са внесени още 500 лв. След изтичане на 6 месеца от откриването на сметката, лихвата е променена на 1,32%. Ако в края на всеки месец (от първия до 12-тия) са теглени по 100 лв. и в края на 12-тия месец е извършено олихвяване, то да се намери наличната сума по сметката, заедно с лихвите в края на 12-тия месец след откриването й?

Примерни задачи за специалности ИКН и МУТ

* На олимпиадата се решават 3 задачи за 120 минути. Те обхващат материала по „ЛААГ“, преподаден до 04.11.2022 г.

Задача 1. Дадени са матриците $A = \begin{Vmatrix} x & y \\ p & q \end{Vmatrix}$; $B = \begin{Vmatrix} 2p-1 & q \\ 3x & 1-y \end{Vmatrix}$. Да се намерят стойностите на x, y, p, q – реални числа, за които е изпълнено равенството: $A + 2B = 2A + B$.

Задача 1 (икономика и информатика). Дадени са матриците $A = \begin{Vmatrix} a & 1 \\ 0 & 1-a \end{Vmatrix}$ и $B = \begin{Vmatrix} 2 & a+1 \\ -a & 0 \end{Vmatrix}$, където a е реален параметър. Ако матрицата $C = A.B$, то за кои стойности на a детерминантата $\det(C) \le 0$?

6. Да се реши уравнението $\begin{vmatrix} x+1 & x & -1 \\ 0 & x & -1 \\ x+1 & 1 & x \end{vmatrix} = 0$.

5. Дадени са матриците $A = \begin{Vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{Vmatrix}, B = \begin{Vmatrix} -1 & 10 \\ -3 & 9 \end{Vmatrix}, C = \begin{Vmatrix} 15 & 17 \\ -7 & -8 \end{Vmatrix}$. Да се намери матрица D, за която $A+2.D=C^T.B$.

Задача 2. Дадена е матрицата $A = \begin{Vmatrix} 0 & -3 & -2 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{Vmatrix}$. Да се пресметне A^{2015}.

<u>Забележка</u>. Действието степенуване на матрици е аналогично на степенуването при числата. Например $A^2=A.A$, $A^3=A.A.A=A^2.A$ и т.н.

Задача 2. Да се реши системата линейни уравнения в зависимост от стойностите на реалния параметър a:

$$\begin{cases} x - ay + z = -a \\ x + a^2 y - z = 2 \\ 2x + ay - z = -2a \end{cases}.$$

Отг. При $a \neq 0, a \neq 1$: $x = -a, y = \frac{a+2}{a(a-1)}, z = \frac{a+2}{a-1}$;
при $a = 0$ или $a = 1$: няма решение.