

## ПРИМЕРНИ ЗАДАЧИ ЗА „УНИВЕРСИТЕТСКА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА“

### Икономически специалности

**Задача 1.** Дадени са матриците  $A = \begin{vmatrix} x & y \\ p & q \end{vmatrix}$ ;  $B = \begin{vmatrix} 2p-1 & q \\ 3x & 1-y \end{vmatrix}$ . Да се намерят стойностите на  $x, y, p, q$  – реални числа, за които е изпълнено равенството:  $A + 2B = 2A + B$ .

Отг.  $x=1/5$ ;  $y=1/2$ ;  $p=3/5$ ;  $q=1/2$ .

**Задача 2.** Да се намери лицето на триъгълник, чиито страни лежат на правите с уравнения:  $x+y-3=0$ ;  $x-y+1=0$  и  $3x-y-5=0$ .

Отг. 2.

**Задача 3.** а) Да се намерят координатите на пресечните точки на графиките на функциите  $f(x)=e^x$  и  $g(x)=1-3x$ .

б) Да се намери броят на пресечните точки на графиките на функциите  $f(x) = e^{x^2}$  и  $g(x)=1-3x$ .

Отг. а) (0;1). б) две.

### Специалност „Информатика“

**Задача 1.** Дадени са уравненията на две страни на  $\Delta ABC$ :  $5x - 4y + 15 = 0$ ;  $4x + y - 9 = 0$  и пресечната точка на медианите  $G(1,1)$ . Да се намери уравнението на третата страна на триъгълника.

Отг.  $x - 5y + 3 = 0$ .

**Задача 2.** Да се реши системата линейни уравнения в зависимост от стойностите на реалния параметър  $a$ :

$$\begin{cases} x - ay + z = -a \\ x + a^2y - z = 2 \\ 2x + ay - z = -2a \end{cases}$$

Отг. При  $a \neq 0, a \neq 1$ :  $x = -a, y = \frac{a+2}{a(a-1)}, z = \frac{a+2}{a-1}$ ;  
при  $a = 0$  или  $a = 1$ : няма решение.

**Задача 3.** Да се пресметне детерминантата

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 4 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 2^n \end{vmatrix}$$

Отг.  $2^{\frac{n(n-1)}{2}} \cdot (1 - 2^n)$ .