Примерни задачи за олимпиада по математика

(всички специалности без ИКН и МУТ)

Задача 1. Дадени са матриците $A = \begin{Vmatrix} a & b & c \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{Vmatrix}, B = \begin{Vmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{Vmatrix}$ и $C = \begin{Vmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 0 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & -2 \end{Vmatrix}$. Да се намерят реалните стойности на a, b и c, за които е изпълнено равенството $A.B\text{-}C = O$, където $O = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix}$.

Задача 2. Да се намерят координатите на върха B на триъгълник ABC, ако е известно, че $A(1, -2)$, $C(0,3)$, лицето му е равно на 3 кв.ед. и уравнението на височината през върха C е $x + y - 3 = 0$.

Задача 3. За кои стойности на реалните параметри a и b точката (1,3) е инфлексна точка на функцията $f(x)=ax^3+bx^2$?

Задача 4. Сума 20 000 лв. е поставена на влог при 3% проста годишна лихва. След 2 месеца от влога са изтеглени 5 000 лв., след още 3 месеца са внесени 2 000 лв., а след още 1 месец годишният лихвен процент е увеличен на 3,03%. В края на 12-тия месец от откриването на влога, след олихвяване, цялата налична сума е прехвърлена на срочен тримесечен влог при 4,2% сложна годишна лихва. Да се намери сумата по влога (закръглена до цяло число лева) в края на третата година от откриване на първоначалния влог.

Примерни задачи за олимпиада по математика

(специалности ИКН и МУТ)

Задача 1. Дадени са матриците $A=\begin{Vmatrix} a & b & c \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{Vmatrix}, B=\begin{Vmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{Vmatrix}$ и $C=\begin{Vmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 0 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & -2 \end{Vmatrix}$. Да се намерят реалните стойности на *a, b* и *c*, за които е изпълнено равенството $A.B\text{-}C = O$, където O е нулевата матрица с размерност 3x3.

Задача 2. а) Да се реши неравенството $\begin{vmatrix} 8 & x & x & x & x \\ x & 8 & x & x & x \\ x & x & 8 & x & x \\ x & x & x & 8 & x \\ x & x & x & x & 8 \end{vmatrix} \le 0$.

б) Да се намерят всички стойности на *x,* за които векторите $A_1=(8,x,x,x,x)$, $A_2=(x,8,x,x,x)$, $A_3=(x,x,8,x,x)$, $A_4=(x,x,x,8,x)$ и $A_5=(x,x,x,x,8)$ образуват базис в R_5.

Задача 3. Да се реши системата линейни уравнения в зависимост от стойностите на реалния параметър *a*: $\left| \begin{array}{l} 2x_1+x_2-ax_3=a+2 \\ -x_1+x_2-a^2x_3=-3 \\ x_1+2x_2+ax_3=2a+1 \end{array} \right.$.

Задача 4. Да се намерят координатите на върха *B* на триъгълник *ABC*, ако е известно, че *A*(1, –2), *C*(0,3), лицето му е равно на 3 кв.ед. и уравнението на височината през върха *C* е $x+y-3=0$.